

## FUNDAMENTOS SOBRE RUÍDOS PARTE I – DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA

**Sidnei Noceti Filho, D.Sc., Professor Titular do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC.**

Neste artigo, dividido em quatro partes, são apresentados os fundamentos sobre os ruídos branco e rosa, de grande interesse para a síntese da fala, de inúmeros sons da natureza e de sons de instrumentos musicais. Também são úteis para a calibração de equipamentos eletrônicos, como sinais de teste, e nas medidas das características de filtros, amplificadores e sistemas de áudio eletroacústicos. Nesta primeira parte, iremos ver algumas definições básicas, necessárias para o entendimento dos ruídos. Em adição, é mostrado o caráter natural da variação percentual das frequências na faixa de áudio.

### 1. INTRODUÇÃO

Uma das formas possíveis de caracterizar os sinais é classificá-los em determinísticos e aleatórios (estocásticos ou randômicos). Estes sinais podem ser definidos de duas formas:

- i) Sinais determinísticos são aqueles cujos valores instantâneos das formas de onda podem ser preditos no tempo e aleatórios, não.
- ii) Sinais determinísticos são sinais que podem ser expressos por uma função matemática e os aleatórios, não.

A primeira definição parece a mais apropriada pela seguinte razão: suponha que um flautista emita um tom puro por uma emissora de rádio e que o sinal seja captado por um receptor. O sinal recebido pode ser representado por uma expressão matemática que inclui senóides multiplicadas por exponenciais. De acordo com a segunda definição, este seria um sinal determinístico, mas somente depois de recebido é que poderia ser expresso por uma função matemática. No entanto, em sua essência, ele é um sinal aleatório, uma vez que não poderia ser predito. O flautista poderia tocar a nota que bem quisesse. Excetuando-se os sinais usados para avaliações e testes; os sinais de som, imagens e dados são aleatórios (se fossem determinísticos, não haveria a necessidade de transmiti-los). Por isso, a sua grande importância.

Uma outra forma de caracterizar os sinais é classificá-los em sinais de energia e sinais de potência. Os sinais de energia são os que possuem potência média igual a zero como, por exemplo, os sinais transitórios. Os sinais de potência são os que possuem energia infinita, porém com uma potência média finita, tendo como exemplos os ruídos e os sinais periódicos.

De forma bem simplificada, poderíamos dizer que um sinal de potência poderia, por exemplo, manter uma lâmpada acesa. Os sinais de potência teoricamente são eternos. Começaram a existir em um tempo infinitamente remoto, e nunca se extinguirão. Os sinais de energia seriam capazes de acender uma lâmpada somente por alguns instantes.

Associados aos sinais, são definidas duas importantes grandezas: uma para sinais de energia, a Densidade Espectral de Energia e outra para os sinais de potência, a Densidade Espectral de Potência  $S_x(\omega)$ . Como os ruídos, enfoque deste artigo, são sinais de potência aleatórios, vamos nos restringir ao estudo da Densidade Espectral de Potência.

### 2. DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA

A função Densidade Espectral de Potência ( $S_x(\omega)$  ou  $S_x(f)$ ) de um sinal  $x(t)$  define a densidade de potência por unidade de banda em função da frequência (potência média por unidade de banda) deste sinal. A sua unidade é Watt por radiano por segundo (W/rad/s) ou Watt por hertz (W/Hz). A soma dos produtos (sua integral) de reduzidas bandas pelas amplitudes correspondentes, nos fornece a potência média do sinal.

A função  $S_x(\omega)$  é importante para a medida de sistemas práticos, quer o sinal seja determinístico ou aleatório. Ela contém informação de magnitude, mas não informação de fase. Para distintos sinais no tempo, só há uma  $S_x(\omega)$ . Entretanto, para uma dada  $S_x(\omega)$ , pode haver uma infinidade de funções no tempo, diferindo no espectro de fase.

Mas, por que definir mais esta grandeza ( $S_x(\omega)$ )? As funções no tempo e suas transformadas de Fourier não são suficientes? Como se sabe, a transformada de Fourier de um sinal no tempo é uma importantíssima ferramenta matemática que nos auxilia a interpretar fisicamente sinais, assim como analisar e sintetizar sistemas. Vamos supor um sistema estável, linear e invariante (amplificador, filtro ou sistema eletroacústico) que possui uma resposta em frequência  $H(\omega)$  (ver Figura 1).

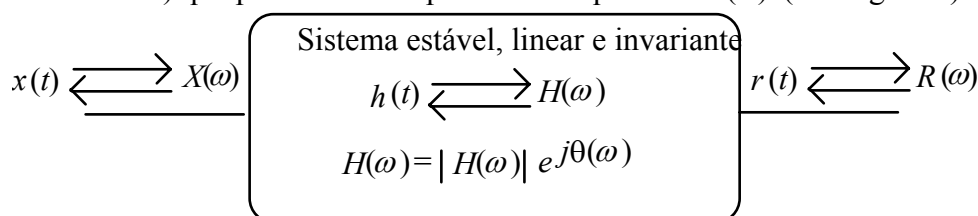


Fig. 1 – Sistema estável linear e invariante (as setas indicam a origem das funções).

Se o sistema é excitado com um sinal  $x(t)$ , tendo como transformada de Fourier  $X(\omega)$ , na saída tem-se um sinal  $r(t)$  cuja transformada de Fourier,  $R(\omega)$ , é dada por:

$$R(\omega) = H(\omega)X(\omega)$$

A equação acima nos permite determinar, a partir de uma “*simples multiplicação*”, o conteúdo espectral de um sinal, desde que sejam conhecidas a transformada de Fourier do sinal de entrada e a resposta em frequência do sistema  $H(\omega)$ . Às vezes o sinal no tempo, mesmo que devidamente observado em um osciloscópio, não nos fornece um sentimento tão grande a seu respeito como seu conteúdo espectral. Além disso, a determinação da resposta  $r(t)$ , a partir da entrada  $x(t)$  e da chamada resposta ao impulso  $h(t)$ , envolve uma operação matemática chamada “*integral de convolução*”, cuja solução nem sempre é trivial.

$$r(t) = h(t) * x(t) \quad ( "*" \text{ indica convolução} )$$

A função  $h(t)$  é chamada de resposta ao impulso de um sistema porque a “*integral de convolução*” de  $h(t)$  com a função impulso  $\delta(t)$  (amplitude infinita no tempo zero) é a própria função  $h(t)$ . Se  $x(t) = \delta(t)$ , então:

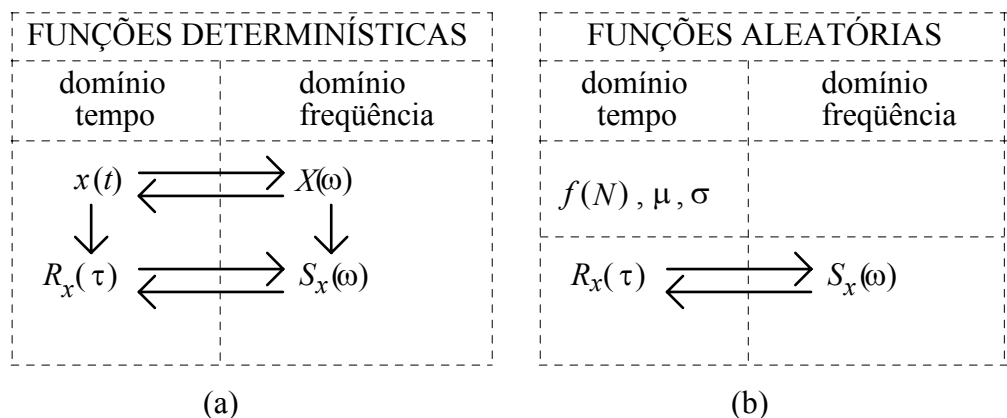
$$r(t) = h(t) * \delta(t) = h(t)$$

Se pudéssemos excitar o sistema com uma função impulso, cuja transformada de Fourier é igual a 1 ( $\mathcal{F}\{\delta(t)\} = 1$ ), então na saída teríamos  $R(\omega) = H(\omega)$ , ou seja, a resposta do sistema seria a própria função que desejamos determinar. No entanto, um impulso não é fisicamente realizável e, por isso, outros tipos de sinais fisicamente realizáveis (ou disponíveis na natureza) são freqüentemente usados quando desejamos fazer uma análise, a saber:

- i) sinais sinusoidais (senos ou cosenos com qualquer fase)
- ii) ruído branco
- iii) ruído rosa

Vamos voltar à questão: Por que definir  $S_x(\omega)$ ? “Porque nem todos os sinais têm transformada de Fourier”. A existência da transformada de Fourier está condicionada a uma representação do sinal por uma função matemática. Como alguns sinais de potência não possuem tal representação, utiliza-se a Densidade Espectral como uma forma de caracterizá-los.

A Figura 2 ilustra, para sinais de potência, as funções associadas a uma função determinística e a uma função aleatória. As setas indicam a origem das funções (transformadas e anti-transformadas). Observe que, no caso de sinais determinísticos, é possível obter a Densidade Espectral de Potência  $S_x(\omega)$  a partir da transformada de Fourier  $X(\omega)$ , mas, a partir de  $S_x(\omega)$ , não se obtém a função  $X(\omega)$ , isto é, o recíproco não é verdadeiro. No caso de sinais aleatórios, não é possível encontrar uma expressão para  $x(t)$  e, conseqüentemente, para a sua transformada de Fourier  $X(\omega)$ . A anti-transformada da função  $S_x(\omega)$  (a função  $R_x(\tau)$ ) e a função Densidade de Probabilidade  $f(N)$  serão discutidas na Parte III deste artigo.



Atenção!! mudou a figura

Fig. 2 – Funções no tempo e na freqüência: (a) determinísticas e (b) aleatórias.

Se um sinal com Densidade Espectral de Potência  $S_x(\omega)$  é aplicado a um sistema linear, invariante no tempo (amplificador ou filtro, por exemplo), com resposta em freqüência  $H(\omega)$ , a Densidade Espectral de Potência (Atenção!! mudou a equação $\Rightarrow$ )  $S_r(\omega)$ , na saída do sistema, é:

$$\text{(Atenção!! mudaram as equações}\Rightarrow) S_r(\omega) = S_x(\omega)|H(\omega)|^2 \quad \text{ou} \quad S_r(f) = S_x(f)|H(f)|^2$$

Esta propriedade pode ser usada para dois importantes fins:

- i) Determinação da magnitude da resposta em freqüência  $|H(\omega)|$  de um sistema linear e invariante qualquer, desde que se conheça  $S_x(\omega)$  (de um ruído branco, por exemplo) e se meça  $S_r(\omega)$ .
- ii) Determinação da Densidade Espectral  $S_x(\omega)$  de um sinal, desde que se conheça a magnitude da resposta em freqüência  $|H(\omega)|$  e se meça  $S_r(\omega)$ .

A função Densidade Espectral de Potência  $S_x(f)$  também é comumente expressa nas unidades  $A^2/Hz$  e  $V^2/Hz$ . Ou seja, também é definida como potência média por unidade de banda, em um resistor de  $1\Omega$ . Isto se deve ao fato de que alguns sinais de ruído se apresentam na natureza sob a forma de correntes ou tensões. Como, para um resistor de  $1\Omega$ , os valores eficazes de tensão e de corrente são a raiz quadrada positiva da potência média, os ruídos também são apresentados na forma de valor rms de corrente ou valor rms de tensão por raiz de Hertz, nas unidades  $A/\sqrt{Hz}$  e  $V/\sqrt{Hz}$ , respectivamente.

### 3. EXEMPLO DE MEDIÇÃO UTILIZANDO A DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA

Vejamus um exemplo: um sinal  $x(t)$ , com uma Densidade Espectral  $S_x(f)$ , é aplicado em um filtro passa-faixa de banda estreita  $\Delta f$ , com frequência central  $f_o$ , conforme a Figura 3.

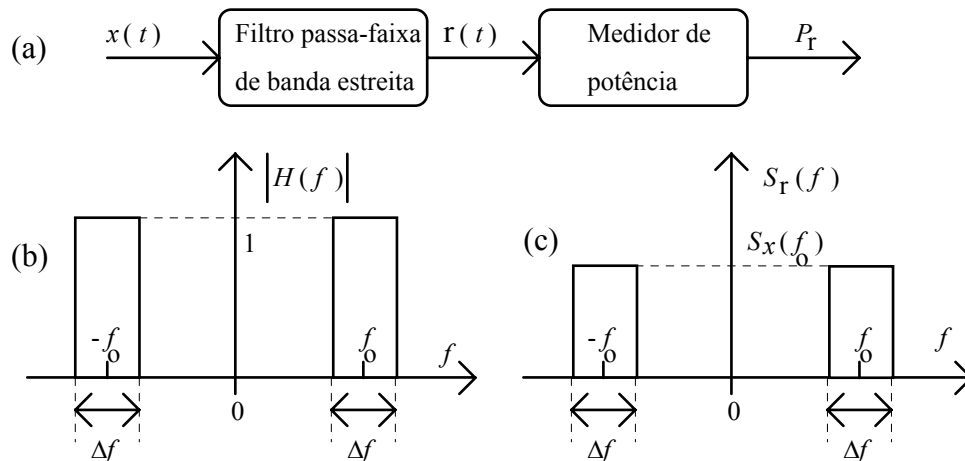


Fig. 3 – (a) Sistema para a medida da Densidade Espectral de Potência; (b) Magnitude da resposta em frequência idealizada de um filtro passa-faixa de banda estreita; (c) Densidade Espectral de Potência na saída do filtro.

De acordo com a equação que relaciona as densidades espectrais e a resposta em magnitude do filtro, tem-se que  $S_r(f) \cong S_x(f_o)$  na banda estreita  $\Delta f$ , uma vez que nesta banda a magnitude do filtro é unitária. Esse valor é tanto melhor aproximado quanto menor for a banda. Fora da banda,  $S_r(f) = 0$ . Portanto, a potência média  $P_r$  será dada aproximadamente por:

$$P_r \cong 2 \times S_x(f_o) \times \Delta f$$

Assim sendo:

$$S_x(f_o) \cong \frac{P_r}{2\Delta f}$$

Como  $\Delta f$  é conhecida e  $P_r$  pode ser medida, esta última equação serve de base para a medida da Densidade Espectral de Potência de um sinal. Variando-se  $f_o$ , é possível medir a Densidade Espectral de Potência de um sinal qualquer, aplicado na entrada do filtro, em uma determinada banda de frequência de interesse.

#### 4. DISCUSSÃO SOBRE VARIAÇÃO DE FREQUÊNCIAS E FAIXAS DE FREQUÊNCIAS

Esta Seção foge ao escopo do trabalho no que diz respeito ao estudo de ruídos, porém tem como objetivo primordial mostrar o caráter natural da variação percentual das frequências na faixa de áudio. Em adição, é mostrado porque uma oitava corresponde ao dobro da frequência. No estudo da utilização de ruído rosa em medidas de sistemas eletroacústicos, será mostrada a conveniência da utilização de bandas de frequência relacionadas por um fator constante (Partes III e IV deste artigo). No entanto, vejamos primeiramente o caráter natural deste tipo de aumento na escala musical igualmente temperada, também chamada de “têmpera uniforme”.

Devido às características de nossos ouvidos, em uma “têmpera ideal”, as frequências subsequentes a uma frequência de referência  $f_{REF}$  seriam obtidas pelo produto  $f_{REF} \times (k_1/k_2)$  onde  $k_1$  e  $k_2$  são números inteiros. No entanto, isto implicaria em uma quantidade muito grande de notas em uma oitava. Em um teclado (piano acústico ou teclado eletrônico), isto se constituiria em uma impossibilidade prática.

Se, por exemplo, fosse construído um piano com a “têmpera ideal”, seria constatado que muitas cordas oscilariam em frequências muito próximas, cujas diferenças só seriam percebidas por músicos ou maestros com “ouvido” muito apurado. Uma escala prática foi proposta pelo compositor J. S. Bach, a qual apresenta batimentos toleravelmente lentos toda vez que for usada em um acorde. Para alguns poucos músicos com “ouvido” acima da média, essa escala igualmente temperada sofre restrições. Mas ninguém propôs nenhuma outra escala prática que fosse melhor sob o ponto de vista de agradar os ouvidos da maioria das pessoas. Na escala proposta por Bach, cada frequência é  $K_1$  vezes a frequência anterior onde  $K_1 = \sqrt[12]{2} = 1,059463094$ , de tal forma que, em uma oitava acima, tem-se uma frequência 2 vezes maior do que a frequência da oitava abaixo ( $K_1^{12} = (\sqrt[12]{2})^{12} = 2$ ). Aliás, falando corretamente, não seriam “oito notas acima”, porém 12 notas acima. Fisicamente falando, as teclas pretas de um piano (ver Figura 4) não são acidentes musicais.

A idéia de um semitom está gravada em nosso cérebro e a sensação é sempre de um aumento igual na frequência. Mas, na verdade, o que se tem é um aumento percentual constante de 5,94631%. Numa escala logarítmica de frequência, os intervalos entre os semitons estão igualmente distanciados e esta distância é igual a 0,025086.

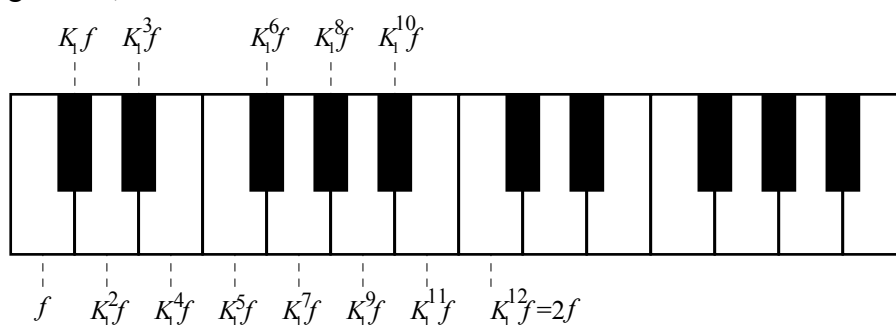


Fig. 4 – Escala igualmente temperada.

$$\log K_1 f - \log f = \log \frac{K_1 f}{f} = \log K_1 = 0,025086$$

Contra estes fatos não existem argumentos. No entanto, para reforçar o caráter natural desta divisão percentual constante, vamos analisar o caso hipotético da nossa escala musical ser composta com aumentos absolutos de frequência e não relativos. Consideremos, como exemplo, a frequência fundamental do Dó de frequência mais baixa do piano da escala temperada, baseada no *American Standard Pitch* que fixa o Lá central do piano em 440 Hz. Por simplicidade, usaremos somente três casas depois da vírgula. A menor frequência da nota Dó na escala é de  $C_1 \equiv 32,703$  Hz. Em um semitom acima, tem-se  $C_1^\# \equiv K_1 C_1 \equiv 34,648$  Hz. O intervalo de frequência entre essas duas notas é, portanto,  $34,648 - 32,703 = 1,944$  Hz. Consideremos, agora, uma nota Dó em frequências mais altas,  $C_9 \equiv 2^8 \times C_1 \equiv 256 \times C_1 = 8371,968$  Hz. Dentro do princípio de um aumento absoluto de frequência para um semitom, teríamos  $C_9^{\#*} \equiv C_9 + 1,944$  Hz  $\equiv 8373,912$  Hz (o asterisco é para diferenciar do  $C_9^\#$  correto). Então, em altas frequências, a diferença percentual seria de apenas 0,0232% e não seria percebida pelo cérebro da grande maioria dos seres humanos. Concluindo, um aumento absoluto de frequências não é “natural”.

O fato da distância entre as notas em uma escala linear não ser constante, mas ser constante em uma escala logarítmica e ser “agradável” aos seres humanos não difere muito de outros fenômenos naturais que normalmente são regidos por equações exponenciais ou logarítmicas.

No próximo artigo (Parte II) veremos a definição de ruídos, as formas de caracterizá-los e os principais tipos de ruídos existentes.

## FUNDAMENTOS SOBRE RUÍDOS

### PARTE II – DEFINIÇÃO, CARACTERIZAÇÃO E TIPOS DE RUÍDOS

**Sidnei Noceti Filho, D.Sc., Professor Titular do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC.**

Nesta segunda parte veremos a definição, a caracterização e os principais tipos de ruídos que podem ser encontrados (ou criados).

#### 5. RUÍDOS - DEFINIÇÃO

Por definição, ruídos são quaisquer sinais que têm a capacidade de reduzir a inteligibilidade de uma informação de som, imagem ou dados. Não fossem os ruídos, um sinal desejado poderia ser amplificado por uma cascata de amplificadores e/ou filtros de alto ganho e, então, informações de reduzidíssima energia poderiam ser detectadas sem problema. Acontece que, quando amplificamos um sinal, o ruído é também amplificado.

No entanto, os ruídos também têm seu lado útil, pois devido à sua riqueza espectral, alguns tipos de ruídos servem de fonte para a síntese da fala, de inúmeros sons da natureza e de sons de instrumentos musicais. Além disso, são úteis para a calibração de equipamentos eletrônicos, como sinais de teste, e nas medidas das características de filtros, amplificadores, sistemas de áudio eletroacústicos e outros sistemas.

Os ruídos não possuem uma expressão matemática no tempo que os definam, não podendo ser preditos no tempo, nem mesmo depois de detectados, exceto em casos como o ruído de interferência de 60 Hz. No entanto, é possível caracterizá-los no tempo e na frequência, como veremos mais adiante.

O nível de influência de um ruído nos sistemas eletrônicos é apresentado de várias formas. Uma das mais importantes é a razão entre a potência do sinal desejado e a potência do ruído ou, simplesmente, razão sinal/ruído (SNR). Outra forma é a caracterização de um sistema e não de um sinal, chamada de faixa dinâmica (DR). A DR exprime a razão entre o máximo sinal desejado que o sistema admite e o mínimo sinal desejado detectável, que é o nível do ruído apresentado quando não existe sinal. Essas duas grandezas são geralmente representadas em dB. Considerando-se a informação do ruído, na forma de tensão ou corrente, tem-se:

$$(SNR)_{dB} = 20 \log SNR \qquad DR_{dB} = 20 \log DR$$

Considerando-se a potência da informação e do ruído, tem-se:

$$(SNR)_{dB} = 10 \log SNR$$

Nas partes III e IV deste artigo será dada ênfase a dois tipos de ruídos: os chamados ruído branco e o ruído rosa, devido às suas aplicações em síntese e na medida da resposta em frequência de sistemas.

#### 6. CARACTERIZAÇÃO DE RUÍDOS

Os ruídos podem ser caracterizados:

i) No tempo:

i.a) por suas propriedades estatísticas, ou seja, por sua média  $\mu$  e seu desvio padrão  $\sigma$  (ou pelo quadrado do desvio padrão ( $\sigma^2$ ), chamado variância). O valor médio por si só já se define. O desvio padrão é uma medida do espalhamento de quanto os valores se distanciam da média. Os ruídos se distribuem ao longo do tempo, segundo uma função chamada Função Densidade de Probabilidade  $f(N)$ , como será visto na Seção III, no caso de ruído branco e rosa.

i.b) por uma função  $R_x(\tau)$ , chamada função autocorrelação, que é uma medida da regularidade de uma função. Mais especificamente, é uma medida da similaridade de um sinal e de sua versão atrasada no tempo. A função autocorrelação, algumas vezes, é usada para diferenciar uma informação desejada (som, imagem ou dados) de um ruído. Por exemplo, a amostra de um sinal de fala ou imagem é grandemente correlacionada com uma amostra anterior. Como isto não acontece com os ruídos, essa característica é geralmente usada para tentar eliminá-los. A transformada de Fourier da função autocorrelação é a Função Densidade Espectral de Potência.

ii) No domínio da frequência através da função Densidade Espectral de Potência  $S_x(\omega)$  (definida na Parte I deste artigo), a qual descreve a distribuição de potência do ruído por unidade de banda como função da frequência.

## 7. TIPOS DE RUÍDOS

Neste estudo, que não é exaustivo, o ruído de quantização, inerente às conversões analógico-digitais, não será considerado por fugir ao escopo deste trabalho. Além disso, nos dias atuais, ele não se constitui em um sério problema para a maioria das aplicações.

Vários são os tipos de ruídos e várias são as formas de classificá-los. Aqui, serão classificados de duas formas: quanto à sua Densidade Espectral de Potência e quanto à sua origem.

Primeiramente, como mostra a Tabela 1, os ruídos, quanto à forma da Densidade Espectral de Potência, ou conforme a energia se distribui no espectro, podem ser classificados em 5 grandes grupos: amplitude constante, proporcional a  $1/f$ , proporcional a  $1/f^2$ , proporcional a  $1/f^{2,7}$  e forma irregular.

Tabela 1 – Classificação dos ruídos quanto à forma da Densidade Espectral de Potência

<b>Forma da Densidade Espectral de Potência</b>	<b>Nome genérico</b>	<b>Exemplo de ruído</b>
Constante	Ruído branco	Térmico
Proporcional a $\frac{1}{f}$	Ruído rosa ou ruído colorido	<i>Flicker</i>
Proporcional a $\frac{1}{f^2}$	Ruído marrom ou ruído vermelho	<i>Popcorn</i>
Proporcional a $\frac{1}{f^{2,7}}$	Sem nome genérico	Ruído galáctico
Forma irregular	Sem nome genérico	Ruído atmosférico

Quanto à sua origem, os ruídos, como mostra a Tabela 2, podem ser classificados como artificiais ou naturais.

Tabela 2 – Classificação dos ruídos quanto a sua origem

<b>Origem</b>	<b>Tipos de ruídos</b>	<b>Tipos de sinais</b>
Artificiais	Ruídos de interferência	Aleatórios ou determinísticos
Naturais	Ruído galáctico Ruído atmosférico Ruídos inerentes a elementos passivos e ativos	Aleatórios

Os ruídos artificiais, aqueles involuntariamente provocados pelo homem, chamados ruídos de interferência ou, simplesmente, interferência, resultam de uma interação não desejada entre o mundo

exterior e os sistemas. Como exemplos de fontes de ruído, têm-se: rede de 60 Hz, ondas eletromagnéticas (rádio, TV, satélite, telefones celulares), comutação de motores, sistemas de ignição, fontes de alimentação comuns e chaveadas, etc. Esses ruídos podem ser significativamente reduzidos com o uso de blindagem, filtros supressores e projeto cuidadoso dos sistemas e componentes utilizados. A área da ciência que estuda a habilidade de um sistema eletrônico operar corretamente em um ambiente eletromagnético e a possibilidade deste sistema operar como uma fonte de interferência se chama “Compatibilidade Eletromagnética” (EMC).

Os ruídos naturais são aqueles existentes na natureza, ou seja, o homem não é responsável pela sua existência. Dentre eles estão os ruídos galácticos e atmosféricos que afetam principalmente os sistemas de transmissão de ondas eletromagnéticas e entram nos sistemas através das antenas receptoras.

Nosso estudo será concentrado apenas nos ruídos naturais inerentes, também chamados intrínsecos, devido à sua aplicação para a medida de sistemas eletroacústicos (ver Tabela 3). Esses ruídos estão presentes na maioria dos componentes eletrônicos, passivos e ativos, gerados por elementos de circuito, tais como: resistores, diodos, transistores bipolares, transistores de efeito de campo, etc. Eles não podem ser completamente eliminados, mas podem ter seus efeitos reduzidos por um projeto apropriado dos componentes e dos sistemas, sempre com o intuito de aumentar a  $SNR_{dB}$ . No caso de sua aplicação em medidas ou síntese de sons, esses ruídos são convenientemente amplificados, como mostra o exemplo da Figura 1.

Tabela 3 – Relação dos mais importantes ruídos inerentes

Nome dos ruídos	Forma da Densidade Espectral de Potência	Componentes ruidosos
Térmico	Constante	Resistores, dispositivos de estado sólido
<i>Shot noise</i>	Constante	Válvulas, dispositivos de estado sólido
<i>Flicker</i>	Aproximadamente $1/f$	Dispositivos de estado sólido
<i>Popcorn (Burst)</i>	Aproximadamente $1/f^2$	Dispositivos de estado sólido
Geração - recombinação	Aproximadamente $1/f^2$	Dispositivos de estado sólido
Microplasma	Aproximadamente $1/f^2$	Dispositivos de estado sólido

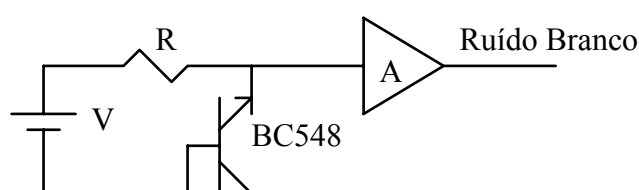


Fig. 1 – Gerador de ruído branco.



## 8. COMENTÁRIOS SOBRE FONTES DE SINAIS PARA MEDIDAS DE SISTEMAS

Vários tipos de sinais podem ser usados como fonte de sinais para medidas de sistemas, por exemplo, os sistemas eletroacústicos.

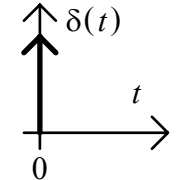
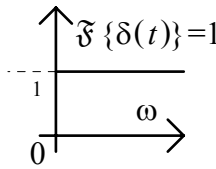
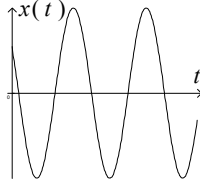
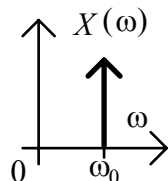
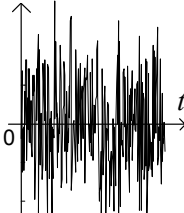
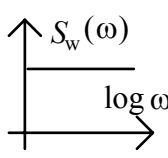
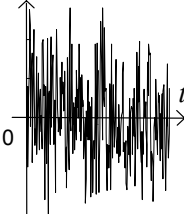
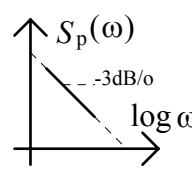
Analisemos inicialmente uma excitação sinusoidal  $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ , por simplicidade, com amplitude  $X_m = 1$  e fase  $\varphi_0 = 0$ . Se um sinal  $x(t) = \cos(\omega_0 t)$  é aplicado à entrada de um sistema com resposta em frequência  $H(\omega) = |H(\omega)|e^{j\theta(\omega)}$ , pode ser mostrado que na saída tem-se:

$$r(t) = |H(\omega_0)| \cos[\omega_0 t + \theta(\omega_0)].$$

A resposta  $r(t)$  é também um sinal sinusoidal, cuja amplitude e fase na frequência  $\omega_0$  são a magnitude e a fase do sistema nesta frequência. Se medidas são feitas com um número suficientemente grande de frequências diferentes, pode-se determinar com razoável precisão a magnitude e a fase do sistema em uma banda desejada. Consideremos agora medidas na faixa de áudio de 20 Hz a 20 kHz (aproximadamente 10 oitavas). Alguns sistemas de medição utilizam por exemplo 60 frequências por oitava. A utilização de ruídos branco e rosa nas medidas das características de sistemas serão discutidas na terceira parte deste artigo.

A Tabela 4 resume as características dos sinais empregados na medida de sistemas. Note que o sinal do tipo impulso, cuja transformada de Fourier é igual a 1 em toda a faixa de frequência, não pode ser utilizado porque não é fisicamente realizável.

Tabela 4 – Características dos sinais empregados nas medidas de sistemas (\*)

Sinais	Forma da função no tempo para ( $t \geq 0$ )	Forma da função na frequência para ( $\omega \geq 0$ )	Bandas ou frequências de medida
Impulso		• 	SERIA A FUNÇÃO IDEAL PARA MEDIDAS, PORÉM NÃO É FÍSICAMENTE REALIZÁVEL
Sinusóide		• 	TEORICAMENTE, INFINITAS FREQUÊNCIAS NA PRÁTICA, 60 FREQUÊNCIAS POR OITAVA
Ruído Branco		•• 	BANDAS DE LARGURA CONSTANTE
Ruído Rosa		•• 	BANDAS DE LARGURA VARIÁVEL, POR EXEMPLO (1/3) DE OITAVA

(\*) Na coluna “Forma da função na frequência”, (•) indica que a forma de onda mostrada corresponde à transformada de Fourier da função no tempo e (••) que a forma de onda mostrada corresponde à função Densidade Espectral de Potência. O ruído branco e o ruído rosa não podem ser expressos por uma função no tempo e, portanto, não têm transformada de Fourier.

Na próxima parte deste artigo (Parte III), veremos as definições dos ruídos branco e rosa e suas principais características.

## FUNDAMENTOS SOBRE RUÍDOS

### PARTE III – RUÍDO BRANCO E RUÍDO ROSA

**Sidnei Noceti Filho, D.Sc., Professor Titular do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC.**

Nesta terceira parte, veremos as definições dos ruídos branco e rosa, assim como suas principais características.

#### 9. RUÍDO BRANCO

O ruído branco é por definição aquele que tem a sua potência distribuída uniformemente no espectro de frequência, ou seja,  $S_w(f) = N_w$  é uma constante. O nome ruído branco advém da analogia com o espectro eletromagnético na faixa de luz. A luz branca contém todas as frequências do espectro visível, daí o nome adotado. Na natureza, encontramos ruídos com essa característica constante até cerca de 1.000 GHz. Para frequências mais altas, conforme previsto pela teoria quântica, a amplitude do ruído decresce.

Os ruídos branco e rosa mais importantes encontrados na natureza têm a propriedade de serem ruídos com distribuição Gaussiana, com valor médio nulo (ruídos com outros tipos de distribuição são artificialmente produzidos). Se os sinais de ruído são sinais de tensão  $V_R$  (também podem ser sinais de corrente), significa que a distribuição desses sinais, a Função Densidade de Probabilidade  $f(V_R)$ , segue a curva de Gauss dada por:

$$f(V_R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times \sigma} e^{-\frac{V_R^2}{2\sigma^2}}$$

e mostrada na Figura 1, onde  $\mu(V_R) = 0$ .

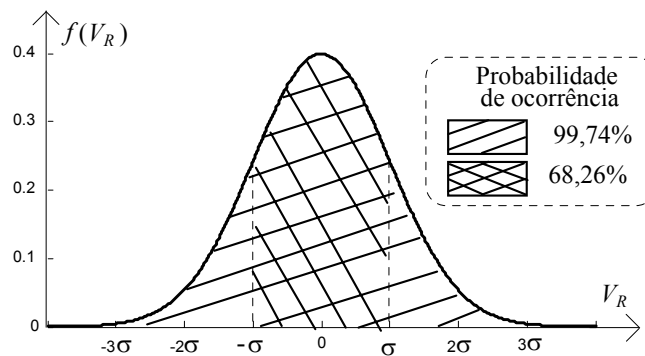


Fig. 1 – Curva Gaussiana.

A área sob a curva indica a probabilidade de ocorrência do sinal no tempo. Por exemplo, a probabilidade da ocorrência de  $V_R$  estar compreendida entre  $-\sigma$  e  $+\sigma$  é de 68,26%. A probabilidade da ocorrência de  $V_R$  estar compreendida entre  $-3\sigma$  e  $+3\sigma$  é de 99,74%, ou seja, praticamente todo o sinal. Pode ser mostrado, para processos ergódicos como é o caso, que o desvio padrão é o valor eficaz da tensão de ruído,  $V_{rms}$ . Um processo aleatório é dito ergódico quando suas propriedades estatísticas podem ser determinadas a partir de uma amostra do processo.

Assim sendo, o valor eficaz da tensão de ruído pode ser estimado como o valor pico a pico da tensão de ruído (desprezando os picos com poucas probabilidades de ocorrência) dividido por 6. A Figura 2 mostra um exemplo de ruído branco no tempo, onde temos que  $\sigma = V_{rms} = 1 \text{ V}$ .

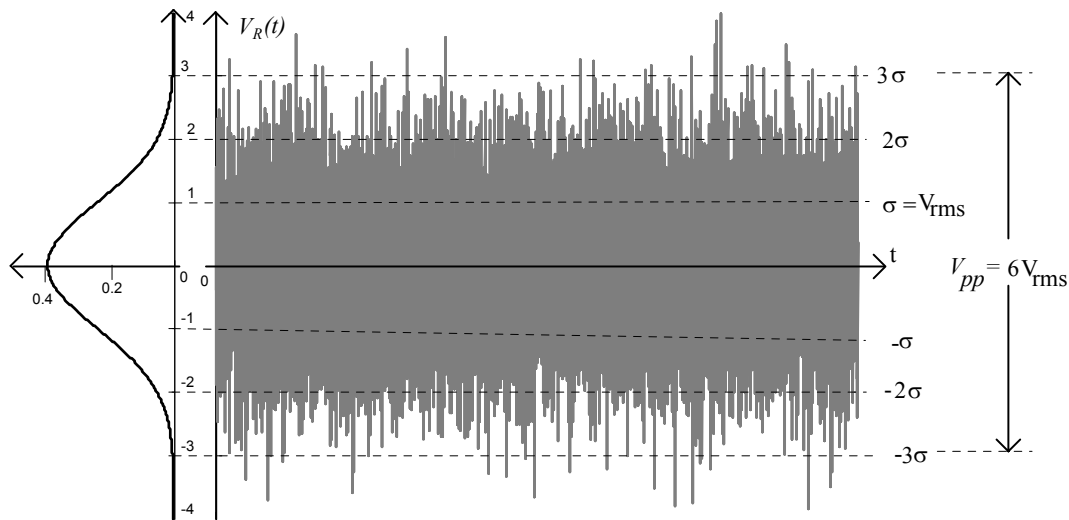


Fig. 2 – Sinal de ruído branco no tempo.

Uma das aplicações do ruído branco consiste na síntese de sinais de fala. O aparelho fonador humano é um complexo gerador de sons que pode ser modelado por um gerador de pulsos com frequência e amplitude controláveis (para a geração de vogais, por exemplo) e por um gerador de ruído branco (para a geração de fonemas como o /f/ e o /s/, por exemplo), mais um banco de filtros. Este modelo está mostrado, de forma simplificada, na Figura 3.

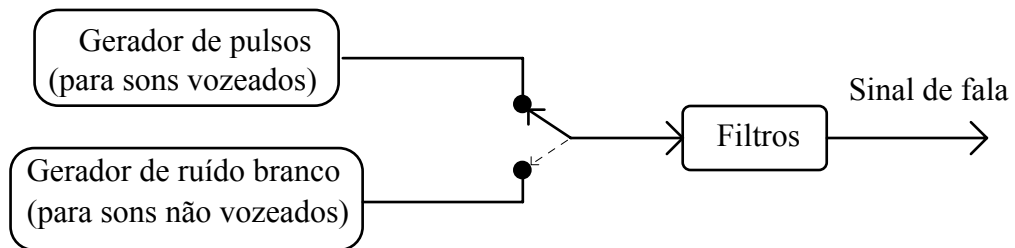


Fig. 3 – Modelo simplificado do aparelho fonador.

## 10. RUÍDO ROSA

O ruído rosa é, por definição, aquele cuja Densidade Espectral de Potência é proporcional ao inverso da frequência, na forma  $S_p(f) = \frac{N_p}{f}$ . O nome ruído rosa vem também de uma analogia com o espectro luminoso. A luz vermelha possui a mais baixa frequência do espectro visível e o ruído rosa tem mais energia nas baixas frequências.

Este tipo de ruído é comumente encontrado na natureza. É chamado por muitos nomes: ruído  $1/f$ , ruído de baixa frequência, ruído de contato, ruído de excesso, ruído de semiconductor, ruído de corrente e ruído *flicker*. Ele aparece em diodos, transistores em geral, resistores de composição de carbono, microfones de carbono em contatos de chaves e relés, etc. Como comentado anteriormente, os ruídos rosa têm a propriedade de serem ruídos com distribuição Gaussiana.

Entre todos os ruídos, o ruído rosa é o que mais tem relação com os sons da natureza. Se convenientemente equalizado, pode ser usado para gerar sons de chuva, cachoeira, vento, rio caudaloso e outros sons naturais.

Já sabemos que a soma dos produtos de reduzidas bandas infinitesimais pelas amplitudes correspondentes, ou seja, a integral da função Densidade Espectral de Potência em uma banda  $B_1 = f_s - f_i$  ( $f_s \equiv$  frequência superior da banda e  $f_i \equiv$  frequência inferior da banda), nos fornece a

potência média da função. Então é possível mostrar que, para a Densidade Espectral  $S_p(f) = \frac{N_p}{f}$ , esta integral nos fornece uma potência média do ruído  $P_{p1}$ :

$$P_{p1} = N_p \ln \frac{f_s}{f_i}$$

Vamos determinar agora qual seria a potência média do ruído rosa em uma banda que é  $K$  vezes a banda anteriormente considerada ( $B_2 = KB_1 = Kf_s - Kf_i$ ).

$$P_{p2} = N_p \ln \frac{Kf_s}{Kf_i} = N_p \ln \frac{f_s}{f_i} = P_{p1}$$

Este resultado indica que a potência média do ruído rosa é constante, se as medidas são feitas em bandas que se relacionam com um fator constante. Isso também acontece com o ruído branco, se as medidas são feitas com largura de banda constante.

Consideremos o caso de medidas na faixa de áudio, primeiramente com medidas em 1/3 de oitava e com freqüências aumentando com fator constante  $K$  (ou com um percentual fixo  $K\% = (K-1) \times 100\%$ ). Chamando a freqüência inicial da primeira banda de uma oitava qualquer de  $f_{INI}$ , a freqüência inicial da segunda banda será  $Kf_{INI}$ . A freqüência inicial da terceira banda será  $K^2 f_{INI}$  e a freqüência final será  $K^3 f_{INI}$ . Como a freqüência final de uma oitava é  $2 \times f_{INI}$ , tem-se que:

$$K^3 f_{INI} = 2f_{INI} \quad \therefore \quad K = 2^{\frac{1}{3}} = 1,25892541 \cong 1,26$$

Considerando que, em toda banda de áudio, tem-se  $f_i = 20$  Hz e  $f_s = 20$  kHz, teríamos cerca de 10 oitavas e portanto um total de 30 bandas de freqüência..

A norma ISO – *International Standards Organization* – estabelece freqüências em torno de 5 Hz e 50 kHz para  $f_i$  e  $f_s$ , respectivamente. Logo, usualmente, o número de bandas de freqüência é maior do que 30.

Consideremos agora medidas em 1/10 de década e com freqüências aumentando com fator constante  $K'$ . Chamando a freqüência inicial da primeira banda de uma década qualquer de  $f_{INI}$ , a freqüência inicial da segunda banda será  $K' f_{INI}$ . De forma análoga ao desenvolvimento anteriormente feito, tem-se que:

$$(K')^{10} f_{INI} = 10f_{INI} \quad \therefore \quad K' = 10^{\frac{1}{10}} \cong 1,25992 \cong 1,26$$

Logo, o aumento percentual, ao se atuar em escalas de 1/10 de década, é aproximadamente igual à atuação em escalas de 1/3 de oitava.

Se pensássemos em bandas de largura constante com o intuito de utilizar o ruído branco como o sinal de entrada para as medidas, e tomássemos como base a largura da primeira banda  $B_1 = 1,26 \times 20 - 20 = 5,2$  Hz, teríamos um número aproximado de  $(20.000 - 20) \div 5,2 = 3.842$  bandas! No final da banda, os acréscimos seriam de aproximadamente  $(5,2 \div 20.000) \times 100\% = 0,026\%$ . Se tomássemos valores de banda constantes fixando em 30 o seu número máximo, teríamos bandas com largura de aproximadamente  $(20.000 - 20) \div 30 = 666$  Hz. A variação percentual no início da banda seria de  $(666 \div 20) \times 100\% = 3.330\%$ ! **Na Parte I deste artigo, já havíamos concluído que um aumento absoluto de freqüências não é “natural”. Agora concluímos que não é conveniente!**

Na quarta e última parte deste artigo, serão mostrados os princípios básicos e o projeto de uma rede composta por capacitores e resistores, relativos à geração de ruído rosa a partir de ruído branco.

**FUNDAMENTOS SOBRE RUÍDOS**  
**PARTE IV – GERAÇÃO DE RUÍDO ROSA A PARTIR DE RUÍDO BRANCO**

**Sidnei Noceti Filho, D.Sc., Professor Titular do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC.**

Nesta quarta parte, serão mostrados os princípios básicos e o projeto de uma rede composta por capacitores e resistores, relativos à geração de ruído rosa a partir de ruído branco.

### 11. GERAÇÃO DE RUÍDO ROSA A PARTIR DO RUÍDO BRANCO

Vamos investigar inicialmente o que acontece quando passamos um ruído branco através de um filtro passa-baixa de 1ª ordem, conforme é ilustrado na Figura 1.

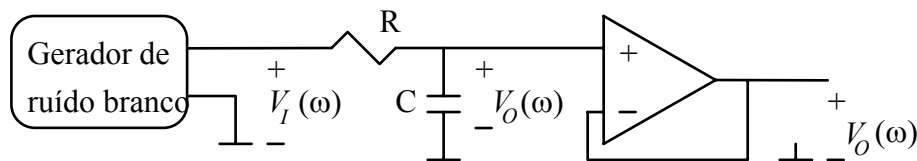


Fig. 1 – Aplicação do ruído branco em um filtro passa-baixas de 1ª ordem.

A resposta em frequência  $H(\omega) = V_o(\omega)/V_i(\omega)$ , encontrada utilizando um simples divisor de tensão, é:

$$H(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)} = \frac{(1/j\omega C)}{(1/j\omega C) + R} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Assim, a magnitude da resposta em frequência e a magnitude ao quadrado serão, respectivamente:

$$|H(\omega)| = \left| \frac{1}{1 + j\omega RC} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad \text{e} \quad |H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2}$$

Se, na faixa de frequências de interesse, for forçada a condição  $(\omega RC)^2 \gg 1$ ,

$$|H(\omega)|^2 \cong \frac{1}{(\omega RC)^2} = \frac{1/(RC)^2}{\omega^2}$$

A Densidade Espectral na saída do filtro é:

$$S_o(\omega) = S_w(\omega) |H(\omega)|^2,$$

onde a Densidade Espectral do ruído branco é  $S_w(\omega) = N_w$ . Logo, obtém-se um ruído do tipo  $1/f^2$ .

$$S_o(\omega) = N_w \frac{1/(RC)^2}{\omega^2} = \frac{N_B}{\omega^2}$$

O filtro passa-baixa de 1ª ordem apresenta uma queda de  $-6$  dB/oitava quando  $(\omega RC)^2 \gg 1$  e, com ele, obtém-se ruído  $1/f^2$ . Então para se obter um ruído rosa com Densidade Espectral  $1/f$  a partir de um ruído branco seria necessário um filtro tal que  $H(\omega) \cong 1/\sqrt{\omega}$  ou  $|H(\omega)|^2 \cong 1/\omega$ , que apresentaria uma queda de  $-3$  dB/oitava. Essa função não é fisicamente realizável na sua forma exata, porém, é possível obter uma boa aproximação em uma determinada faixa de frequências de interesse.

Uma forma de obter uma queda aproximada de  $-3$  dB/oitava é projetar um filtro com pólos e zeros reais alternados. Vamos considerar um exemplo simples de utilização de um pólo e um zero real. As conclusões que serão tiradas para esse caso simples podem ser estendidas ao caso de vários pólos e zeros. Se o pólo está muito próximo do zero, a inclinação obtida é muito pequena. No limite, quando o pólo coincidisse com o zero, eles se anulariam e a inclinação seria de  $0$  dB/oitava. Se o zero está muito afastado do pólo, este último seria dominante e a inclinação após o pólo tenderia a  $-6$  dB/oitava. Então, fixando a ordem do sistema e as frequências limite da banda desejada, existe uma relação ótima entre as frequências dos zeros e dos pólos para a qual a declividade se aproxima ao máximo de  $-3$  dB/oitava. Quanto maior a quantidade de pólos e zeros (convenientemente afastados), maior será a faixa de frequências na qual se tem a declividade próxima da ideal.

A Figura 2 apresenta um exemplo para 3 pólos e 3 zeros e uma relação de 2. A relação ótima é próxima de 1,56 quando a quantidade de pólos e zeros é suficientemente grande e a declividade é tomada na média geométrica entre o primeiro pólo e o último zero. Essa afirmação pode ser demonstrada com a utilização de processamento numérico, no qual se procura a melhor reta aproximada, usando o critério do mínimo erro médio quadrático (mínima energia do erro).

Na Figura 2, pode ser observado que a curva real que se aproxima da reta (diagrama assintótico) possui declividade aproximada de  $-3$  dB/oitava. Note que usando apenas 3 pólos e 3 zeros, e uma relação de 2, a faixa de frequências na qual se obtém a aproximação desejada, é relativamente pequena.

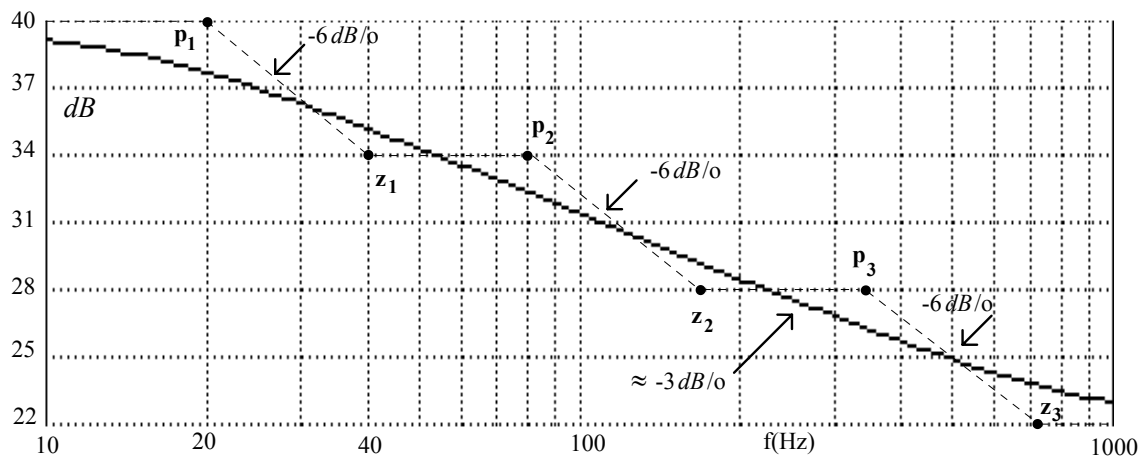


Fig. 2 – Obtenção de uma queda de  $-3$  dB/oitava a partir de pólos e zeros reais alternados.

(-----) Diagrama assintótico; (——) curva real.

Quando, por motivos práticos (simplicidade do circuito), fixamos o número máximo de pólos e zeros em uma determinada banda (banda de áudio, por exemplo), a melhor relação entre os pólos e zeros reais deve ser determinada com auxílio de programas de otimização.

Na Figura 3, é apresentado um circuito cuja resposta em frequência apresenta uma declividade aproximada de  $-3$  dB/oitava na faixa de áudio, onde somente 4 pólos e 4 zeros foram utilizados em toda a banda. O melhor afastamento entre os pólos e zeros, nesse caso, assim como a determinação dos componentes da rede, foram obtidos utilizando um programa de otimização, que minimiza o erro médio quadrático. O ganho do amplificador na saída deve ser calculado em função da amplitude do ruído branco de entrada e do nível de ruído rosa desejado.

Os resistores pertencem a série E-96 (“metal film”). Os capacitores devem, preferencialmente, apresentar baixas perdas de polarização do dielétrico (polipropileno ou mica). Os valores dos

capacitores  $C_3$  e  $C_4$  pertencem a série E-12. As capacitâncias de  $C_1$ , e  $C_2$  foram obtidas por associação em paralelo de 2 capacitores da mesma série ( $C_1 = (39+12)$  nF e  $C_2 = (18+1,5)$  nF).

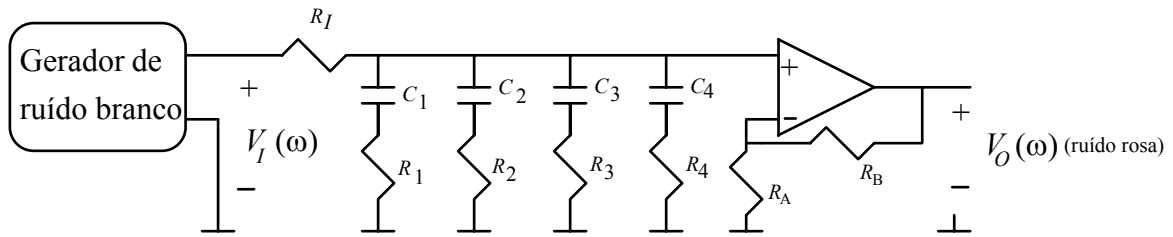


Fig. 3 – Aplicação do ruído branco em um filtro passa-baixas para geração de ruído rosa.

( $R_I = 93,1$  k $\Omega$ ,  $R_1 = 69,8$  k $\Omega$ ,  $R_2 = 22,1$  k $\Omega$ ,  $R_3 = 7,32$  k $\Omega$ ,  $R_4 = 1,87$  k $\Omega$ )

( $C_1 = 51$  nF,  $C_2 = 19,5$  nF,  $C_3 = 6,8$  nF,  $C_4 = 3,3$  nF)

A Figura 4 apresenta a magnitude da resposta em frequência da rede da Figura 6. O amplificador, nesse caso, apresenta ganho unitário ( $R_A = \infty$  e  $R_B = 0$   $\Omega$ ).

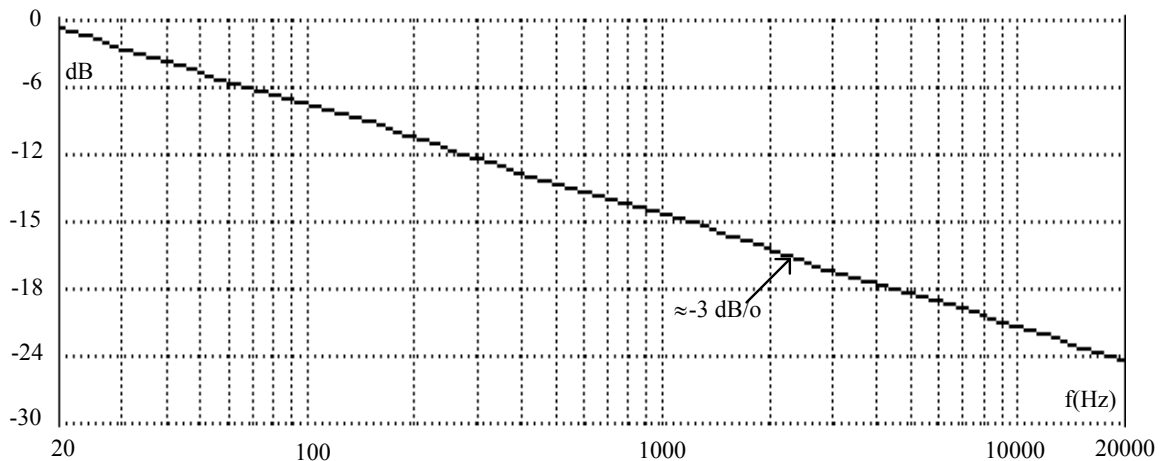


Fig. 4 – Magnitude da resposta em frequência da rede da Figura 6 na faixa de áudio.

## 12. CONCLUSÕES GERAIS

Nestas quatro partes deste artigo sobre fundamentos de ruídos, foram vistas as definições básicas e algumas formas de classificar os sinais em geral e os ruídos. Estes últimos, normalmente aleatórios, são impossíveis de serem totalmente eliminados e, por isto, são motivo de estudos e pesquisas, com o intuito de minimizar seus efeitos. Por outro lado, os ruídos têm um importante papel na síntese de sons e na medida das características de sistemas. Foi mostrada a razão pela qual é usual se fazer medidas de sistemas de áudio utilizando ruído rosa ao invés de ruído branco. Foi apresentado um circuito para a geração de ruído rosa a partir de um ruído branco.

## BIBLIOGRAFIA

- 1- H. W. Ott, *Noise Reduction Techniques in Electronic Systems*, 2<sup>nd</sup> ed., John Wiley & Sons, 1988.
- 2- C. D. Motchenbacher and J. A. Connelly, *Low-Noise Electronic System Design*, John Wiley & Sons, 1993.
- 3- P. R. Gray and R. G. Meyer, *Analysis and Design of Analog Integrated Circuits*, 3<sup>rd</sup> ed., John Wiley & Sons, 1993.



- 4- K. R. Laker and W. M. C. Sansen, *Design of Analog Integrated Circuits and Systems*, McGraw-Hill, 1994.
- 5- D. A. Johns and K. Martin, *Analog Integrated Circuit Design*, John Wiley & Sons, 1997.
- 6- F. R. Connor, *Noise*, Edward Arnold, 1973.
- 7- L. W. Couch II, *Digital and Analog Communication Systems*, 4<sup>th</sup> ed., Macmillan, 1993.
- 8- A. van der Ziel, "Unified Presentation of 1/f Noise in Electronic Devices: Fundamental 1/f Noise Sources", *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, no. 3, Mar. 1988, pp. 233-258.
- 9- *Rane Professional Audio Reference*, Aug. 2001.

#### Agradecimentos:

O autor agradece aos comentários e sugestões dos pesquisadores dos Laboratórios LAFON - Laboratório de Fonética Acústica e do LINSE - Circuitos e Processamento de Sinais, do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC. Também um agradecimento especial é feito ao Mestrando André Luís Dalcastagnê, pelo projeto da rede que permite a obtenção de ruído rosa, e ao Engenheiro Homero Sette, da Eletrônica Selenium S.A., por seus comentários e sugestões, e por propor que este artigo fosse escrito.